

実社会との関連を実感できる数学的活動の開発 — 中学校3年数学科『関数 $y = ax^2$ 』に着目して —

大向 一幸
教科領域コース

1. はじめに

平成28年の中央教育審議会答申(中央教育審議会, 2016)では、「中学生は数学を学ぶ楽しさや、実社会との関連に対して肯定的な回答をする割合も改善が見られる一方で、いまだ諸外国と比べると低い状況にあるなど学習意欲面で課題がある。」(p.140)と指摘されている。

中学校学習指導要領(平成29年告示)解説数学編(文部科学省, 2018)では、「現実の世界と数学の世界における問題発見・解決の過程を学習過程に反映させることを意図して数学的活動の一層の充実を図った。」(p.6)と、数学的活動が重視されていることがわかる。数学を学ぶ楽しさや実社会との関連に対して課題があるなかで、中学校数学科の各学年の内容として位置付けられている数学的活動の果たす役割は大きい。

以上を踏まえた本研究の目的は、中学校数学科において実社会との関連を生徒が実感することができる数学的活動について考察し、具体的な授業実践例を提案することである。

2. 数学的活動について

(1) 数学的活動の変遷

数学的活動の文言が中学校学習指導要領にはじめて登場したのは中学校学習指導要領(平成10年12月)数学編(文部科学省, 1998)の改訂である。中学校学習指導要領解説(平成10年12月)数学編(文部科学省, 1999)では、数学的活動は「身の回りに起こる事象や出来事を数理的に考察する活動」(p.6)とされている。

数学的活動の文言が学習指導要領に登場する以前から数学科における活動は重視されてきた。実際、戦前の緑表紙教科書を編纂した塩野直道は、数学は生徒が作り上げるものである、という立場を取っていた。島田(1982)は、塩野の考えを「要目カス論」とし、「数学的な話題とねらい、あるいは数学的な話題と活動を組みにして、学習すべき内容を示すという考え方は「カス論」に対する1つの近似解であって、このあとのカリキュラム改訂においても引きつがれていって、今日に至っていると見ることができる。戦後のどの段階の学習指導要領にしても、形こそその都度変ってはいるが、いずれも、この形式による内容の示し方をしている。これは、塩野先生の残された大きな足跡であるといえよう。」(p.267)と、塩野の数学科における活動の考えが戦後の学習指導要領に大きな影響を与え、今日に至るまでの数学的活動の源流となったことを示唆した。

島田(1977)は、「既成の数学の理論を理解しようとして考えたり、数学の問題を解こうとして考えたり、あるいは新しい理論をまとめようとして考えたり、数学を何かに応用して、数学外の問題を解決しようとしたりする、数学に関係した思考活動を一括して数学的活動と呼ぶ」(p.14)と、学習

指導要領において数学的活動の文言が登場する以前に数学的活動を定義している。

塩野や島田の考えは、中学校学習指導要領解説(平成10年12月)数学編(文部科学省, 1999)において数学的活動の文言で登場して以来、現行の学習指導要領まで受け継がれている。中学校学習指導要領(平成29年告示)解説数学編(文部科学省, 2018)では、数学的活動は「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」(p. 23)とされており、図1のような過程が示されている。

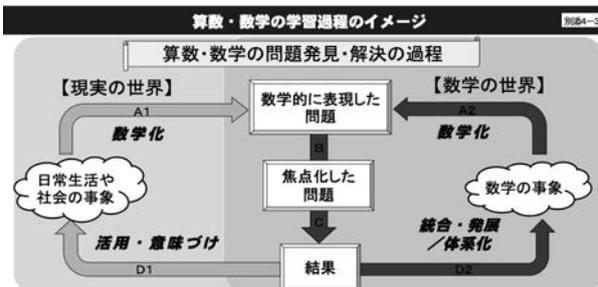


図1 算数・数学の学習過程のイメージ

(2) 数学的モデリング

柳本(2008)は、中学校学習指導要領解説(平成20年9月)数学編(文部科学省, 2008)における現実の世界と関連する記述について、「数学的モデリングと関連する項目とみなせる」(pp. 11-12)と述べている。図2は柳本(2008)が数学的モデリングの過程について示したものである。数学的モデリングは日常の事象や社会の事象から問題を見だし解決する活動を詳細まで整理したものであるといえる。つまり数学的モデリングを取り入れた数学的活動は、図1の左側のサイクルの数学的活動の一つの形であると考えられる。本研究における数学的モデリングの定義は、「実際の問題の解を目標に、実際の問題を数学化して数学的モデルをつくり、解釈・検討して不都合が生じれば数学的モデルの修正を適宜繰り返す、より適した数学的モデルをつくっていく活動を意味するもの」(池田, 1999, p. 4)とする。

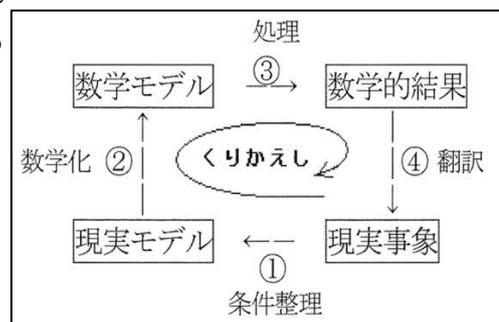


図2 数学的モデリングの過程 (p. 10)

3. 具体的な授業実践例

(1) 教材について

本研究においては、大澤(1996)の「リレーのバトンパス」の教材を参考に授業実践例を構想する。大澤(1996)は、「運動会の全員リレーに勝ちたい。どうしたらいいか?」という問題を授業実践として行なった研究である。前走者がどの位置にきたときに次走者が走り出せばよいかを、実際に生徒が走った様子をデータ化し、グラフ電卓を用いて時間を x (秒)、距離を y (m)として、結果を求める活動を行った。そして、生徒は数学の有用性を実感するなど情意面に有効であることや、グラフ上の点を走者が実際に走っている地点であるとみることができるといった認識面においても効果があったことを示した(p. 9)。一方、課題として、2人の走る様子を同時に同一座標平面上に表して考えることが生徒にとって困難であったことなどを指摘した(pp. 9-10)。

大澤(1996)の「リレーのバトンパス」をもとに授業実践を行なった先行研究には、例えば藤原(2015)がある。この授業実践では教師が前走者と次走者のデータを提示し、理想的なバトンパスのためには前走者がどの位置に来た時に次走者が走り出せばよいかを生徒に求めさせる授業実践を行った結果、高校数学で学習する二次方程式の重解条件を生徒自ら見いだすことができた、と述べて

いる(p. 104)。また、大澤(1996)はバトンパスの授業実践に4時間を費やしていたことに対して、藤原(2015)は2時間に削減することができていることから、短時間で効果的な数学的活動を行うことができる点も特長として挙げられる。

これらを踏まえ、Ⅰ)有用性について Ⅱ)時間について Ⅲ)つまずきについての3つの視点を基に授業実践例を構想する。

Ⅰの視点から、バトンパスの問題解決の過程について、教師が作成した前走者、次走者のデータを用いて理想的なバトンパスについて問題解決を行い、その後、生徒が実際に走った様子から抽出した生データを用いて同じように問題解決を行う。生データを用いたことや自分で解決した、という経験から有用性を感じることができると考える。扱いやすい数での問題解決の過程を経験してから生データを扱うことが効果的であると考えたため、このような方策を講じる。

Ⅱの視点から、バトンパスの授業実践は2時間構成とする。第1時において、教師が作成したデータから問題解決を行い、第2時において、生徒が実際に走った様子から抽出した生データを用いて問題解決を行う。これはバトンパスの問題解決の過程を2回経験することで、扱いやすい数字でなくなっても時間を多く費やす必要がなくなるのではないかと考えたためである。

Ⅲの視点から、先行研究で挙げられた多くのつまずきに対し、構想する2時間だけで取り除こうとするのではなく、単元を通して手立てを講じる必要があると考えるため、単元指導計画も作成する。単元の終末に位置付けるバトンパスの授業に向けての素地形成を段階的に行うことができるようにする。

(2) 具体的な授業実践案

単元指導計画(16時間扱い)

次	時	学習項目	留意点・ポイント
1	1 2	<ul style="list-style-type: none"> ボールが斜面を転がる様子から、時間と距離の関係を関数 $y = ax^2$ で捉える。 身の回りには関数 $y = ax^2$ で表される事象があることを知る。 	<ul style="list-style-type: none"> 等速運動ではなく、加速運動であることに気づかせる。 表、式、グラフなどを関連付けるようにする。
	3 5	<ul style="list-style-type: none"> 関数 $y = ax^2$ の表、式、グラフの特徴を、さまざまな関数を比較して理解する。 見いだした特徴が他の関数 $y = ax^2$ においても当てはまるか調べる。 	<ul style="list-style-type: none"> 共通点と相違点に注目させて考えさせる。 GeoGebra を繰り返し使用させることで操作に慣れさせるようにする。
	6 8	<ul style="list-style-type: none"> $a > 0$ と $a < 0$ の場合での関数 $y = ax^2$ の y の値の増減を調べる。 	<ul style="list-style-type: none"> 表、グラフなどを関連付けて説明させるようにする。
	9 10	<ul style="list-style-type: none"> 桐生祥秀選手の100m走のラップタイムから時間と距離の関係を関数 $y = ax^2$ で近似する。 近似した関数で、変化の割合や平均の速さを求める。 平均の速さから、人が走る様子には等加速で進む範囲と等速で進む範囲があることを理解する。 用語 [平均の速さ]	<ul style="list-style-type: none"> 走る様子が関数 $y = ax^2$ と一次関数で近似できることを平均の速さの話題から意識させる。 中学2年生で学習した一次関数での変化の割合の求め方を思い出させる。 等加速で進む範囲のグラフは関数 $y = ax^2$ で、等速で進む範囲のグラフは一次関数で近似できることを、GeoGebra などを用いて気づかせる。
	11 14	<ul style="list-style-type: none"> 身の回りの事象から問題を設定し、関数 $y = ax^2$ を利用して解決する。 ボールが坂道を転がる様子(等加速度運動)と人が坂道を進む様子(等速運動)について同時に同一座標平面上に表して考察する。 グラフを平行移動させたことが事象においてどのような意味を持つのかを考察する。 	<ul style="list-style-type: none"> 式、グラフを関連づけて説明させるようにする。 ボールと人の様子を表したグラフ上の点がどのような意味を持つかを具体的な場面を想起させながら、考察できるよう促す。 さまざまな事象を扱うことで、事象を数学化し問題解決する過程をさまざまな場面に適用できるように気づかせる。

		・身の回りには今まで学習した関数以外の関数で表現できるものがあることを知る。	
15 16 (本 時)	第 1 時	<ul style="list-style-type: none"> 理想的なバトンパスとは何か考える。 提示されたデータから Aさんと Bさんの走る様子を、関数としてみなす。 2人の走る様子をみなした関数のグラフから理想的なバトンパスについての問題を解決する。 	<ul style="list-style-type: none"> 陸上の 100m×4 リレーの日本代表や体育祭の全員リレーの話題から、問題場面を想起させる。 ボールと人の動く様子の学習を振り返らせ、どのような方法があったかを思い出せるようにする。 第 9・10 時に扱った平均の速さの話題をあげ、等加速の様子や等速の様子をこれまで学習した関数で近似するよう促す。 本単元で学習したことを復習しながら、見直しをもたせるようにする。 GeoGebra を適宜使用させる。
	第 2 時	<ul style="list-style-type: none"> 前時の問題解決の過程を振り返る。 実際に生徒が走った様子を表したデータを提示し、理想的なバトンパスについて考察する。 得られた結果を基に実際に生徒が走る様子を観察し、妥当性を確かめる。 	

4. まとめ

本研究の目的は、中学校数学科において実社会との関連を生徒が実感することができる数学的活動について考察し、具体的な授業実践例を提案することであった。そのために数学的活動や数学的モデリングに関する先行研究や学習指導要領の内容を整理し、リレーのバトンパスの授業実践の先行研究から得られた知見や課題を基に 3つの視点から単元指導計画と授業実践例を構想した。

その結果、数学的モデリングの過程を経験する数学的活動を行うことで、数学と実社会との関連を実感できるのではないかと考えた。実践案として、リレーのバトンパスの教材を構想した。リレーのバトンパスを教材とした授業実践は大澤(1996)や藤原(2015)などがある。本研究ではそれらの先行研究から、生徒が短時間で数学の有用性や実社会との関連を感じることができる数学的活動を行うための 3つの視点 [Ⅰ)有用性について Ⅱ)時間について Ⅲ)つまづきについて] が得られた。これらの視点から、生データを用いることで数学の有用性を体感することができるという点や、教師が作成したデータを用いた後に生データを用いた問題解決の過程を経験することで時間の短縮になる点、単元末に行うバトンパスの授業を見通した単元計画を行うことで事象を関数とみなすことへの困難性が軽減できることが期待される点が本研究の成果である。

今後の課題は、実際に授業実践を行い本研究の成果を検証していくこと、リレーのバトンパス以外での教材において、実社会との関連を生徒が実感することができる授業を提案することである。

引用・参考文献

- 中央教育審議会(2016)。「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)」。
- 藤原大樹(2015)。「生徒が新たな数学を生み出す数学的モデリングの指導：中学校数学科の関数領域に着目して：」。日本科学教育学会『日本科学教育学会年会論文集』, 第 39 号, pp. 101-104.
- 池田敏和(1999)。「数学的モデリングを促進する考え方に関する研究」。日本数学教育学会『日本数学教育学会誌』, 第 81 卷, R7172 号, pp. 3-18.
- 文部科学省(1999)。「『中学校学習指導要領解説(平成 10 年 12 月)数学編』。大阪書籍。
- 文部科学省(2018)。「『中学校学習指導要領解説(平成 29 年告示)数学編』。日本文教出版。
- 大澤弘典(1996)。「現実場面に基づく問題解決：グラフ電卓を利用した合科的授業展開を通して：」。日本数学教育学会『日本数学教育学会誌』, 第 78 卷, 第 9 号, pp. 248-255.
- 島田茂(1977)。「『算数・数学科のオープンエンドアプローチ：授業改善への新しい提案：』。みずうみ書房。
- 島田茂(1982)。「塩野先生の思い出」。『隋流導流：塩野直道先生の業績と思い出：』。新興出版社啓林館。
- 柳本哲(2008)。「数学的モデリングと数学的活動：社会を切り拓く人間教育に向かって：」。数学教育学会『数学教育学会誌』, 第 49 卷, 第 3・4 号, pp. 9-16.